

Финансовая эконометрика в непрерывном времени

Модуль 3, 2026-2027

Лектор: Алексей Колоколов
Akolokolov@NES.ru

Описание курса

Цель курса - познакомить студентов с современными достижениями в области финансовой эконометрики, а именно с анализом высокочастотных данных и связанными с ними моделями динамики цен активов в непрерывном времени. В первой части курса мы рассмотрим элементы теории случайных процессов с непрерывным временем, имеющих значение для финансовых приложений: броуновское движение, стохастическое интегрирование, модели стохастической волатильности, процессы со скачками. Понимание этих тем необходимо не только для современной финансовой эконометрики, но и для оценки производных финансовых инструментов, моделирования процентных ставок и других аспектов финансовой математики. Во второй части курса мы изучим основы статистического вывода на основе высокочастотных данных, включая измерение волатильности (теория реализованной дисперсии), обнаружение скачков и высокочастотные факторные модели.

Требования, система оценивания и политика посещаемости

Предполагается, что студенты имеют прочную подготовку по эконометрике, особенно в области эконометрики временных рядов. Предварительное знакомство с финансовой математикой и случайными процессами может быть полезным, но не является обязательным.

Студенты получают теоретические и эмпирические домашние задания. По окончании курса состоится экзамен, основанный на решении теоретических задач. Итоговая оценка формируется на основе результатов экзамена (60%) и домашних заданий (40%).

Содержание курса

Неделя 1: Введение. Эмпирические свойства доходностей активов. Основы случайных процессов.

Неделя 2: Броуновское движение и стохастическое интегрирование. Модели

стохастической волатильности в непрерывном времени.

Неделя 3: Моделирование скачков.

Неделя 4: Волатильность и квадратическая вариация. Введение в реализованную дисперсию.

Неделя 5: Дальнейшие свойства и приложения реализованной дисперсии. Измерение и прогнозирование волатильности. Обнаружение скачков.

Неделя 6: Шум рыночной микроструктуры. Его влияние на измерение волатильности и статистический вывод.

Неделя 7: Многомерные модели цен активов. Высокочастотные факторные модели.

Примерные задания для оценки знаний по курсу

Задача 1. Предположим, что процесс цены $P(t)$ является геометрическим броуновским движением, наблюдаемым на фиксированном интервале $[0, T]$:

$$dP(t) = \mu P(t) dt + \sigma P(t) dW_t,$$

Покажите, что логарифмический процесс $p(t) = \ln P(t)$ имеет следующее представление:

$$dp(t) = \mu^* dt + \sigma dW_t, \text{ где } \mu^* = \mu - \sigma^2/2.$$

- Основываясь на равномерной выборке логарифмической цены $p(n/\Delta)$, $n = 1:N$, где $\Delta = T/N$, можем ли мы состоятельно оценить μ^* при $N \rightarrow \infty$? А как насчёт σ^2 ?
- Определите оценку реализованной дисперсии на основе уравнения (2). К какой величине она сходится?

Политика академической честности

Списывание, плагиат и любые другие нарушения академической этики в РЭШ не допускаются.